

考虑桩周剪切效应的单桩荷载传递机制分析

李 平¹, 吕亚茹^{1,2}, 刘汉龙³, 丁选明³

(1. 河海大学 土木与交通学院, 江苏 南京 210098; 2. 解放军理工大学 爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏 南京 210007;
3. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400044)

摘 要: 桩的存在使桩周土的竖向有效应力不等于上覆土自重应力与上部外加荷载的简单叠加, 原因是桩-土相对刚度导致桩-土接触面上产生竖向剪切。通过平衡分析法, 得到不同荷载形式下桩周土竖向有效应力、桩侧正(负)摩阻力、总侧摩阻力和轴力(下拽力)的计算方法, 根据已开展的饱和黏土中单桩的负摩阻力试验, 验证了公式的合理性, 证明了考虑竖向剪切效应的必要性。通过计算分析可知: 桩周土竖向均布荷载作用下, 桩-土竖向剪切效应削弱了桩周土竖向有效应力、桩侧负摩阻力和桩身下拽力, 剪切效应的控制参数 η 分别取-0.01、-0.02 和 -0.04 时, 靠近桩端的桩侧负摩阻力分别为 $\eta = 0$ 时的 91%、83%和 71%, 靠近桩端的桩身下拽力分别为 $\eta = 0$ 时的 93%、87%和 76%。由于下拽力受截面几何参数影响, 其折减程度略小于桩侧负摩阻力。因此, 桩周土表面均布荷载作用时, 忽略桩-土竖向剪切效应可能高估由下拽力引起的桩顶沉降。

关 键 词: 桩-土竖向剪切; 平衡分析; 竖向有效应力; 桩侧摩阻力; 下拽力

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2015)增2-0371-06

Analyses of load transfer mechanism of single piles considering vertical shearing effect

LI Ping¹, LÜ Ya-ru^{1,2}, LIU Han-long³, DING Xuan-ming³

(1. School of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China;

2. State Key Laboratory of Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact, PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China;

3. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: As is well-known, the effective vertical stress of surrounding soil element of pile foundation is not identical to the dead weight of overburden soil plus the applied surcharge load. This is because the vertical shearing is developed on pile-soil interface due to the large pile-soil relative stiffness. The analytical solutions for the effective vertical stress, the unit positive (negative) shaft resistance, the total shaft resistance and the axial force (dragload), subject to axial and surcharge loads, are derived by means of equilibrium analyses. Those solutions are calibrated by the reported test result of a single pile in saturated clay. It is shown that those solutions are reasonable and it is necessary to consider the vertical shearing of pile-soil interface. Under the surcharge load, the vertical shearing weakens the effective vertical stress, the unit negative shaft resistance and the dragload. The negative shaft resistances at the pile tip of the cases $\eta = -0.01$, -0.02 and -0.04 are reduced to 91%, 83% and 71% that of the case $\eta = 0$, respectively. Meanwhile, the induced dragload at the pile tip of the cases $\eta = -0.01$, -0.02 and -0.04 are reduced to 93%, 87% and 76% that of the case $\eta = 0$, respectively. The dragload is reduced slight smaller than the negative shaft resistance since it is also controlled by the cross-sectional geometries. This indicates that pile settlement is always overestimated independent of the vertical shearing.

Keywords: vertical shearing of pile-soil interface; equilibrium analysis; effective vertical stress; shaft resistance; dragload

1 引 言

众所周知, 理想状态下的半无限空间土体中,

某一深度处土单元的竖向有效应力等于上覆土自重应力与土体表面均布荷载的叠加, 即 $\sigma'_v = \gamma'z + p_0$, 其中, σ'_v 为竖向有效应力, γ' 为土体的有效重度,

收稿日期: 2014-06-20

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(No.51408607, No.51408187); 中央高校业务费项目(No.2013B01214); 江苏省自然科学基金(No.BK20140850)。

第一作者简介: 李平, 男, 1982 年生, 博士, 讲师, 主要从事地基处理及岩土工程测试方面的研究工作。E-mail: lipings0110@163.com

通讯作者: 吕亚茹, 女, 1987 年生, 博士, 主要从事软土地基加固方面的科学研究工作。E-mail: yaru419828@163.com

z 为计算深度, p_0 为土体表面的均布荷载。对于桩基础, 当桩顶受竖向荷载作用时, 桩沉降而引起桩周土沉降, 此时, 桩-土接触面上产生方向向上的正摩阻力; 当桩周土受竖向均布荷载作用时, 桩周土沉降而引起桩沉降, 此时, 桩-土接触面上产生方向向下的负摩阻力。理想状态下, 桩侧朝上(朝下)的摩阻力全部由紧邻土单元朝下(朝上)的剪应力平衡。而实际情况并非如此, 桩的存在始终有阻止桩周土运动的趋势, 其原因是巨大的桩-土差异刚度使桩周一定区域内产生剪切带, 剪切带的内侧面为桩-土接触面, 外侧面为土-土接触面。由于散体材料在剪切作用下常常发生颗粒重分布, 从而形成复杂的应力拱效应, 故这种桩-土之间的剪切效应也被称为竖向拱效应^[1]。

此处所述的拱效应非狭义的应力拱或拱形, 而是广义上的散体材料在颗粒重分布过程中产生的主应力轴旋转。早在 1964 年, Robinsky 等^[2-3]在砂土中开展了固定截面圆形桩与变截面楔形桩的对比模型试验, 发现楔形桩承载力较圆形桩大, 其原因是楔形桩桩周砂土中产生复杂的土拱效应。但由于物理和数值试验条件的限制, 研究者简单将这种拱效应归因于不同形状的桩-土接触面, 而未对楔形桩桩周砂土拱效应的产生机制进行深入研究。吕亚茹等^[4-6]对现浇 X 形混凝土桩桩周水平向拱效应进行了现场试验和数值模拟研究。结果表明, 拱效应使 X 形桩桩周平均法向应力发生变化, 最终使 X 形单桩竖向承载力较等截面面积圆形单桩提高 30% 左右, X 形单桩复合地基竖向承载力较等截面面积圆形单桩复合地基提高 20% 左右。

1982 年 Janssen^[7]将拱效应用于粮仓内壁的受力分析, 认为在仓壁-谷粒接触面上产生剪应力, 导致原有谷颗粒的竖向应力减小。White^[1]于 2002 年采用 Janssen 分析谷仓壁剪切效应的方法分析了竖向荷载作用下管桩内外壁周围土体的竖向剪切效应。其分析对象为桩-土接触面紧邻桩身的土单元, 分析方法为土单元力的平衡。结果表明, 管桩内壁的侧摩阻力可以准确得到, 但外壁侧摩阻力由于影响区域难以准确确定而存在较大误差; 不考虑竖向剪切效应时, 桩周土竖向有效应力与深度呈线性关系, 而考虑竖向剪切效应时, 竖向有效应力与深度呈指数增长关系。同样方法, Lam 等^[8-10]对桩周土受竖向均布荷载作用下 H 形桩半封闭区间内的土单元进行了平衡分析, 结合数值模拟结果, 很好地证明了竖向应力折减即桩-土剪切效应的存在, 并分析了竖向剪切效应对 H 形桩-土接触面上侧摩阻力的影

响。

在上述研究的基础上, 本文得到了考虑竖向剪切效应的桩周土竖向有效应力、桩侧正(负)摩阻力、总侧摩阻力、轴力(下拽力)的计算公式。结合传统的侧摩阻力估算方法, 对竖向剪切效应的影响因素进行了分析。

2 桩周竖向剪切效应

桩基础常受两种形式的荷载作用, 如图 1 所示。荷载 1 表明, 桩顶作用有竖向荷载 Q_0 , 如桩基支撑上部建筑物; 荷载 2 表明, 桩周土作用有竖向均布荷载 p_0 , 如地下水水位下降或大面积堆载。桩的存在始终有阻止桩周土运动的趋势, 具体表现为: 当受荷载 1 作用时, 桩的下沉带动桩周土下沉, 打破了桩周土原有的静止平衡状态; 当受荷载 2 作用时, 桩的存在阻止了桩周土下沉, 从而在桩身产生下拽力。这种现象的根本原因是巨大的桩、土刚度差异使桩周一定区域内产生剪切带, 桩侧摩阻力不等于土单元外表面的剪应力, 而是土单元外表面剪应力和土单元部分竖向有效应力的某种组合。因此, 当受荷载 1 作用时, 接近桩体的桩周土沉降较大, 而远离桩体的桩周土沉降较小; 当受荷载 2 作用时, 接近桩体的桩周土沉降小, 而远离桩体的桩周土沉降较大。侧摩阻力作用范围以外, 土单元不再受桩的影响, 某一深度竖向有效应力恢复为上覆土自重与桩周土表面均布荷载的叠加。这种桩侧摩阻力不等于土单元外表面剪力的现象, 称为桩-土竖向剪切效应。

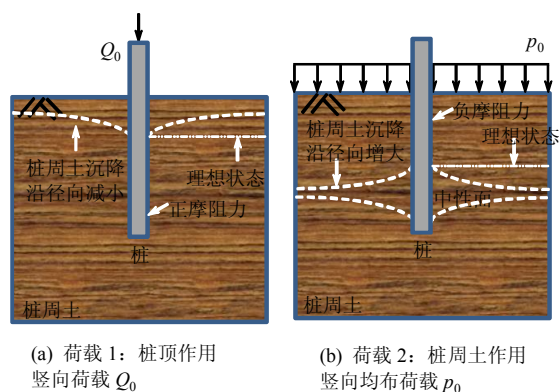


图 1 荷载形式及其传递机制

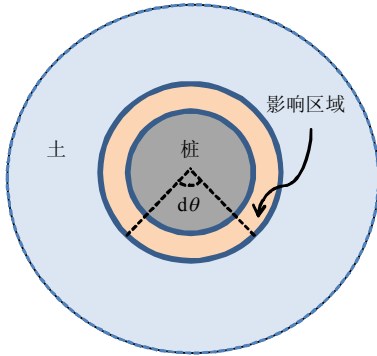
Fig.1 Load conditions and transfer mechanisms

桩周竖向剪切效应受桩-土接触面形状的影响, 而不受桩-土接触面形状的控制。换言之, 对于不同截面形状的桩, 其桩周竖向剪切效应特征和程度有所不同, 但任何截面形状的桩都受作用于竖向剪切效应。笔者首先对简单的轴对称圆形桩进行研究,

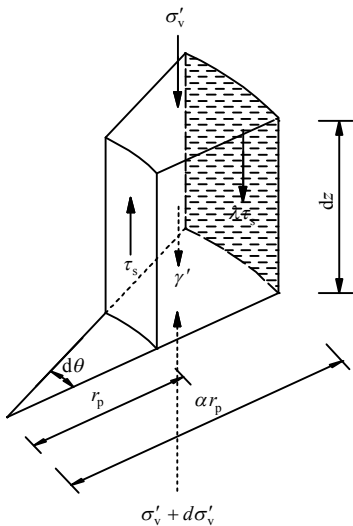
后续将报道异形桩桩周竖向剪切效应特性。除此, 作为基础研究, 本文仅对桩基础单独作用于荷载 1 或荷载 2 的情况进行了分析, 后续将进一步分析荷载 1 和荷载 2 共同作用时, 桩侧摩阻力分布特性及中性点的特征。

3 理论基础与模型建立

本文分析的理论基础是桩周土单元力的平衡方程, 物理模型如图 2(a)所示, 由于桩-土差异刚度的存在, 桩周一定范围内存在一个影响区域, 该区域受桩-土剪切效应的影响, $\sigma'_v \neq r'h$ 。对影响区域内的土单元建立力学模型, 如图 2(b)所示, 定义土单元内侧面到圆心的距离(桩半径)为 r_p , 内侧面上剪应力为 τ_s ; 土单元外侧面到圆心的距离为 $r_0 = \alpha r_p$ ($\alpha > 1$), 其上剪应力为 $\lambda \tau_s$ 。



(a) 物理模型



(b) 力学模型

图 2 平衡分析

Fig.2 Equilibrium analysis

如图所以, 土单元的上、下面相等, 其面积为

$$A_{\text{top}} = A_{\text{bottom}} = (\alpha^2 - 1)r_p^2 d\theta / 2 \quad (1)$$

土单元内侧面面积为

$$A_{\text{inner}} = \gamma_p d\theta dz \quad (2)$$

土单元外侧面面积为

$$A_{\text{outer}} = \alpha \gamma_p d\theta dz \quad (3)$$

剪应力在桩-土接触面极限状态下服从摩尔-库仑定理^[11]:

$$\tau_s = K \sigma'_v \tan \delta \quad (4)$$

因此, 土单元竖向有效应力平衡方程为

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \frac{2\eta K \sigma'_v \tan \delta}{r_p} + \gamma' \quad (5)$$

$$\eta = \frac{\alpha \lambda - 1}{\alpha^2 - 1} \quad (6)$$

式中: K 为水平土压力系数; δ 为桩-土接触面的内摩擦角; η 为反映竖向剪切效应影响程度的系数; α 和 λ 为控制参数, α 反映剪切效应的影响区域, λ 反映剪应力与侧摩阻力的比值。由该公式可知, $\eta = 0$ 时, 竖向有效应力与土体重度呈线性关系, 即式(5)退化为不考虑桩-土剪切效应的理想状态。

图 2(b)的受力分析是针对桩周土作用均布荷载的情况, σ'_v 在 τ_s 和 $\lambda \tau_s$ 的调节下小于 $r'h$, 因此, η 为负值。当桩顶作用竖向荷载时, τ_s 与 $\lambda \tau_s$ 的方向与图 2(b)相反, σ'_v 在 τ_s 和 $\lambda \tau_s$ 的调节下大于 $r'h$, 因此, η 为正值。

该理论的优点在于: 参数少, 不受本构限制。然而, 理论中剪切效应的影响区域系数 α 和剪应力与侧摩阻力的比值 λ 需要通过大量的试验来确定, 其参数确定将在后续研究中开展。

4 平衡分析

4.1 桩顶竖向荷载 Q_0

当仅有荷载 1 时, 将式(5)积分得到桩周土单元的竖向有效应力计算公式为

$$\sigma'_v = \frac{r_p \gamma'}{2\eta K \tan \delta} \left(e^{\frac{2\eta K \tan \delta}{r_p} z} - 1 \right) \quad (7)$$

式(7)成立的边界条件为 $z = 0$ 时, $\sigma'_v = 0$ 。该公式可以描述桩-土竖向剪切效应对竖向有效应力的影响。为得到桩侧摩阻力, 式(7)可表述为

$$\tau_s = K \sigma'_v \tan \delta = \frac{r_p \gamma'}{2\eta} \left(e^{\frac{2\eta K \tan \delta}{r_p} z} - 1 \right) \quad (8)$$

因此, 沿桩周外表面二重积分, 可得到荷载 1 作用下 z 深度以上桩身总的侧摩阻力为

$$Q_s = \frac{\pi r_p^2 \gamma'}{\eta} \left[\frac{r_p \left(e^{\frac{2\eta K \tan \delta}{r_p} z} - 1 \right)}{2\eta K \tan \delta} - z \right] \quad (9)$$

则, 桩身轴力为

$$Q = Q_0 - Q_s \quad (10)$$

对于预制桩, 沉桩过程中桩顶仅受轴向荷载 Q_0 作用, 桩身产生正的侧摩阻力。通常情况下 η 分布在 0.01~0.04 之间, 此区间与 Randolph 等^[12]的 β 法估算的侧摩阻力一致。此工况已在文献[1]中进行了研究。

4.2 桩周土表面竖向均布荷载 p_0

荷载 2 作用下, 将式 (5) 积分, 得到桩周土单元的竖向有效应力计算公式为

$$\sigma'_v = \left(p_0 + \frac{r_p \gamma'}{2\eta K \tan \delta} \right) e^{\frac{2\eta K \tan \delta}{r_p} z} - \frac{r_p \gamma'}{2\eta K \tan \delta} \quad (11)$$

式 (11) 成立的边界条件为 $z=0$ 时, $\sigma'_v = p_0$ 。该公式描述了桩-土竖向剪切作用下, 桩周土单元的有效应力折减程度。为得到桩周负摩阻力, 式 (11) 可表达为

$$\tau_s = K \sigma'_v \tan \delta = \left(p_0 K \tan \delta + \frac{r_p \gamma'}{2\eta} \right) e^{\frac{2\eta K \tan \delta}{r_p} z} - \frac{r_p \gamma'}{2\eta} \quad (12)$$

对式 (12) 在桩身表面上二重积分, 可得 z 深度以上桩身总的负摩阻力为

$$Q_s = \frac{\pi r_p^2 \left(p_0 K \tan \delta + \frac{r_p \gamma'}{2\eta} \right)}{\eta K \tan \delta} \left(e^{\frac{2\eta K \tan \delta}{r_p} z} - 1 \right) - \frac{\pi r_p^2 \gamma' z}{\eta} \quad (13)$$

则, 荷载 2 作用下产生的桩身下拽力为

$$Q = Q_s \quad (14)$$

当桩周土受竖向均布荷载 p_0 作用时, 桩身产生负摩阻力, η 分布在 0~-0.04 之间, 计算得到的桩端附近的负摩阻力与 K_0 固结下 $\beta = 0.18 \sim 0.27$ 估算结果的分布规律一致^[5]。

5 公式验证

文中选取 Lam^[8]开展的饱和黏土中 H 形单桩负摩阻力试验作为公式验证的依据, 试验 H 形桩翼缘和腹板长均为 0.76 m、板厚为 0.12 m、桩长为 17.7 m, 桩周土表面施加 $p_0 = 45$ kPa 的均布荷载,

计算参数见表 1。对于 H 形桩, 记 $\chi = 2\eta / r_p$ 为竖向剪切效应系数, 计算时分别取 $\chi = 0.0$ (计算中采用 -1×10^{-6} 代替 0.0)、-0.1、-0.2、-0.3、-0.4、-0.5、-0.6、-0.7、-0.8、-0.9、-1.0。

表 1 计算参数

Table 1 Summary of calculating parameters

桩径 r_p /m	桩长 L /m	水平压力 系数 K	桩周土饱和重度 γ_{sat} /(kN/m ³)	桩-土接触面 摩擦角 δ /(°)
0.6	18	0.5	16.3	25

依托试验结果对计算得到的桩身下拽力进行对比分析, 如图 3 所示。作为参考, 图中结果给出了不考虑竖向剪切效应的桩身下拽力计算结果, 如虚线所示。由图可知, 桩周土表面均布荷载 p_0 作用下, 桩身下拽力随着 χ 绝对值的增大而减小, 其原因是竖向剪切效应越大, 桩周土竖向有效应力消减程度越大, 桩身产生的负摩阻力越小, 从而下拽力越小。对比不考虑竖向剪切效应时两种计算方法 (虚线和 $\chi=0$) 得到结果可知, 两者计算得到的桩身下拽力分布基本吻合, 从而验证了文中计算过程的正确性。然而, 两种计算方法的基本原理相同, 计算结果却有微小差异, 究其原因, 该误差来源于文中推导公式的收敛性。为了保证计算结果收敛, 计算时取 $\chi = 1 \times 10^{-6}$ 代替 $\chi = 0$, 固两者计算结果存在误差, 但误差微小可以忽略。

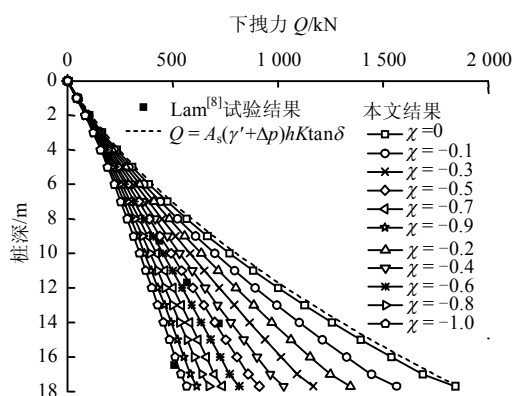


图 3 公式验证

Fig.3 Theoretical calibration

对比试验结果与计算结果可知, H 形桩试验结果与 $\chi = -0.5$ 的计算结果相吻合, 该现象可得到以下两个结论: 第 1, 不考虑 H 形桩截面形状影响时, H 形桩桩周平均 (不区分翼缘与腹板位置) 竖向剪切效应可用 $\chi = -0.5$ 来表达; 第 2, H 形桩桩周竖向剪切效应较圆形桩明显增大 (圆形桩前期研究结果表明, η 分布在 0~-0.04 之间, 即 χ 分布在 0~-0.12), 其原因是 H 形桩存在一个由翼缘和腹板组

成的半闭塞区域, 该区域内的桩周土往往存在一定的土塞效应, 使桩周土竖向有效应力较圆形桩明显减小, 最终导致桩身下拽力减小。

6 计算案例与结果分析

在荷载 1 作用下的桩周竖向剪切效应已在参考文献[1]中开展了详细的研究, 因此, 本文计算案例仅分析荷载 2 作用下的桩周竖向剪切效应。

6.1 计算案例

本节对直径为 1.2 m、桩长 $L = 18$ m 的圆形截面桩进行计算分析, 分析对象为桩周土竖向有效应力、桩侧摩阻力和桩身下拽力, 计算参数仍见表 1。计算荷载形式仍为桩周土上作用均布荷载 $p_0 = 45$ kPa (荷载 2), 考虑 4 个剪应力系数 η (0、-0.01、-0.02、-0.04)。为验证计算结果, 文中采用 Randolph 等^[12]的 β 法对侧摩阻力进行估算, 见式 (15), 在 Randolph 等对多组试验桩的研究结果可知, β 的合理取值分布在 0.1~0.3 之间, 因此, 本文对 $\beta = 0.1$ 、0.2 和 0.3 三个工况进行了计算。该估算方法中桩侧摩阻力与竖向有效应力呈线性关系。

$$\tau_s = \beta \sigma'_v \quad (15)$$

表 2 计算工况
Table 2 Cases of calculation

荷载形式	平衡分析法	β 法
桩周土	$\eta = 0$	$\beta = 0.1$
均布荷载	$\eta = -0.01$	$\beta = 0.2$
45 kPa	$\eta = -0.02$	$\beta = 0.3$
	$\eta = -0.04$	

6.2 结果分析

荷载 2 作用下, 桩周土竖向有效应力、桩侧负摩阻力及下拽力分布如图 4 所示。桩周土上均布荷

载作用下, 桩周土沉降大于桩沉降, 桩侧摩阻力由朝上的桩-土相对位移引起, 因此, 桩侧摩阻力为负的侧摩阻力。当 $\eta = 0$ 时忽略桩-土竖向剪切效应, 此时桩周土单元的竖向有效应力为 $\sigma'_v = p_0 + \gamma'z$, 桩侧负摩阻力沿桩深线性增长。 $\eta \neq 0$ 时, 桩周土单元的竖向有效应力不等于上覆土自重与均布荷载的加和, 而是需要考虑桩-土竖向剪切效应, 桩侧负摩阻力沿深度指数增长。随着 η 绝对值的增大, 桩周土单元竖向有效应力被桩-土接触面上的剪切效应削弱的程度就越大, 桩侧负摩阻力就越小。作为公式的边界条件, 桩周土单元竖向有效应力在 $z = 0$ 时为 45 kPa。从图中可知, 计算工况可以用 $\beta = 0.2$ 描述, 说明文中计算结果分布在合理范围。所不同的是, 文章计算桩侧摩阻力沿桩身指数增大, 且受桩-土接触面剪切效应的影响。竖向剪切效应越大, 桩侧摩阻力折减越明显。

为得到均布荷载作用下桩-土竖向剪切效应对桩侧负摩阻力和下拽力的消减程度, 图 5(a)得到了考虑竖向剪切效应的桩侧负摩阻力与不考虑竖向剪切效应的桩侧负摩阻力的比值, 即 $\tau_s / \tau_{s, \text{no shearing}}$ 。如前所述, 在桩-土竖向剪切效应的作用下, 桩侧负摩阻力有所削弱, 削弱程度同样随着计算深度的增加而增加。 $\eta = -0.01$ 、-0.02 和 -0.04 计算得到桩端附近的侧摩阻力分别为 $\eta = 0$ 时的 91%、83% 和 71%, 说明 $\eta = -0.04$ 时, 约 30% 的桩侧负摩阻力被消除。

图 5(b)给出了考虑桩-土竖向剪切效应的桩身下拽力与不考虑桩-土竖向剪切效应的桩身下拽力的比值, 即 $Q / Q_{\text{no shearing}}$ 。所谓下拽力是由桩侧负摩阻力产生的桩身压缩力, 由桩侧负摩阻力沿桩侧表面二重积分得到, 所以计算得到的下拽力还受截面几何参数的影响, 其消减程度较负摩阻力的消减

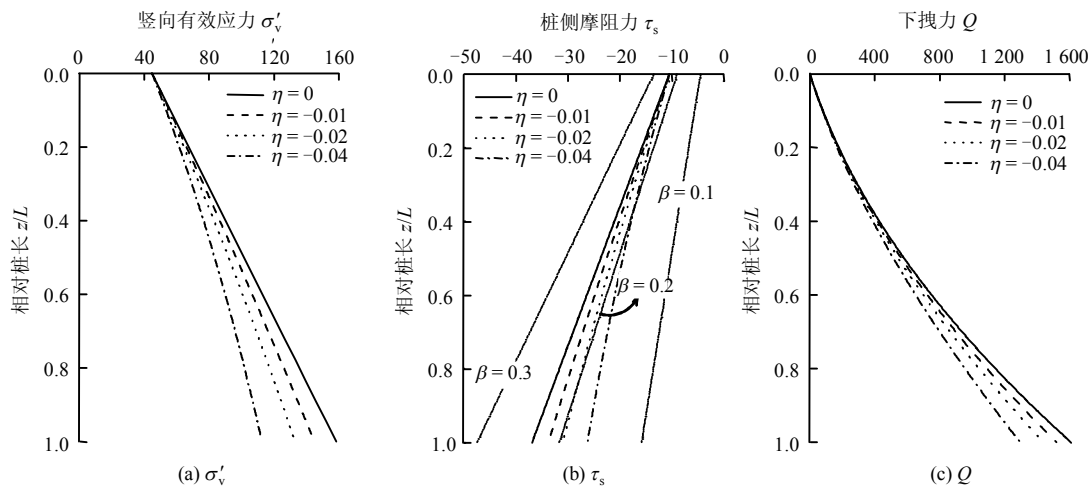


图 4 桩周土体表面均布荷载作用下桩-土竖向剪切效应分析
Fig.4 Analysis of vertical shearing due to surcharge loading

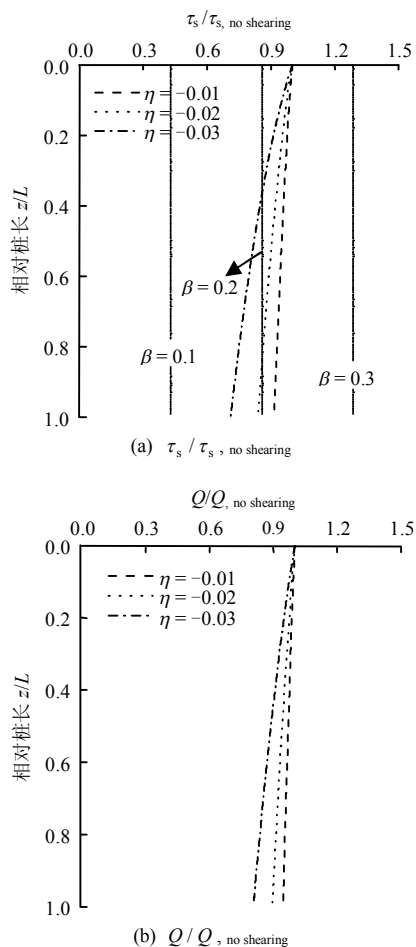


图5 桩周土体表面均布荷载作用下桩-土竖向剪切效应引起的应力折减

Fig.5 The stress reduction due to vertical shearing

程度小。 $\eta = -0.01$ 、 -0.02 和 -0.04 计算得到的桩端附近下拽力分别为 $\eta = 0$ 时的 93%、87% 和 76%。因此, 桩周土表面均布荷载作用时, 若忽略桩-土竖向剪切效应, 可能高估由下拽力产生的桩身沉降。

7 结 论

(1) 通过平衡分析法, 推导得到了桩周土竖向有效应力、桩侧(负)摩阻力、总的桩侧摩阻力及桩身轴力(下拽力)的计算方法。通过与 Lam 开展的饱和黏土中 H 形桩的试验结果对比, 验证了该计算方法的合理性。

(2) 考虑竖向剪切效应的桩周土竖向有效应力、桩侧(负)摩阻力和桩身下拽力沿桩身呈指数形式分布。桩周土表面均布荷载作用下, 桩-土竖向剪切效应削弱了桩周土单元的竖向有效应力、桩侧负摩阻力及桩身下拽力, 当剪切效应控制参数 $\eta = -0.01$ 、 -0.02 和 -0.04 时, 计算得到桩端附近的负摩阻力最大折减分别为 $\eta = 0$ 的 91%、83% 和 71%, 计算得到桩端附近的下拽力的最大折减分别为 $\eta = 0$ 的 93%、87% 和 76%。受截面几何参数影响, 下

拽力折减程度略小于桩侧负摩阻力的折减程度。

(3) 桩周土表面均布荷载作用时, 忽略桩-土竖向剪切效应, 可能高估由下拽力产生的桩身沉降。

参 考 文 献

- [1] WHITE D J. An investigation into the behaviour of pressed-in Piles[D]. Cambridge: University of Cambridge, 2002.
- [2] ROBINSKY E I, SAGAR W L, MORRISON C F. Effect of shape and volume on the capacity of model piles in sand[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1964, 1(4): 189—204.
- [3] ROBINSKY E I, MORRISON C F. Sand displacement and compaction around model friction piles[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1964, 1(2): 81—93.
- [4] 吕亚茹, 丁选明, 刘汉龙, 等. 刚性基础下现浇 X 形单桩复合地基侧摩阻力分析[J]. *岩土工程学报*, 2012, 34(11): 2134—2140.
LÜ Ya-ru, DING Xuan-ming, LIU Han-long, et al. Numerical analysis of side resistance of composite foundation with X-section cast-in-place concrete piles under rigid load[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, 34(11): 2134—2140.
- [5] LV Y, LIU H, NG C W W, et al. Three-dimensional Numerical analysis of the stress transfer mechanism of XCC piled raft foundations[J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, 55: 365—377.
- [6] 吕亚茹, 丁选明, 刘汉龙, 等. X 形桩土相互作用对截面形状的力学响应[J]. *岩土力学*, 2015, 36(增刊 2): 待刊.
LÜ Ya-ru, DING Xuan-ming, LIU Han-long, et al. Mechanics responses of pile-soil interactions of X-section cast-in-place concrete piles for cross-sectional shape[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(Supp.2): Accepted.
- [7] JANSSEN H A. Versuche über getreidedruck in Silozellen[J]. *Zeitschrift, Verein Deutscher Ingenieure*, 1895, (39): 1045—1049.
- [8] LAM S Y. Effects of axial load, shielding and shape on negative skin friction on piles[D]. Hong Kong: Hong Kong University of Science and Technology, 2006.
- [9] NG C W W, POULOS H G, CHAN V S H, et al. Effects of tip location and shielding on piles in consolidating ground[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2008, 134(9): 1245—1260.
- [10] LAM S Y, NG C W W, LEUNG C F, et al. Centrifuge and numerical modeling of axial load effects on piles in consolidating ground[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2009, 46: 10—24.
- [11] LEHANE B M, JARDINE R J, BOND A J, et al. Mechanisms of shaft friction in sand from instrumented pile tests[J]. *ASCE Journal of Geotechnical Engineering*, 1993, 119(1): 19—35.
- [12] RANDOLPH M F, HOULSBY G T. The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil[J]. *Geotechnique*, 1984, 34(4): 613—623.